

① 2次方程式 $ax^2 - bx + 3c = 0$ において、 a, b, c は一桁の自然数であり、二つの解 α, β は $1 < \alpha < 2, 5 < \beta < 6$ をみたす。このとき、 a, b, c の値を求めよ。

② 座標平面において、つぎの条件をみたす $\triangle ABC$ と半平面 $H = \{(x, y) | x \geq 0\}$ との共通部分の面積の最大値を求めよ。

$\triangle ABC$ は $AB = AC$ であるような二等辺三角形であって、 BC は y 軸に平行で、 A の座標は $(-1, 0)$ である。また、 AB と y 軸との交点を D とすると、 $DB = 2\sqrt{3}$ である。

③ 2つの曲線 $y = x^3 - x$ と $y = x^2 - a$ が1点 P を通り、 P において共通の接線をもっている。この2つの曲線で囲まれた部分の面積を求めよ。

④ 円 $C: x^2 + y^2 = 1$ を内部に含む楕円 $D: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) がある。 D 上の1点 $P(0, b)$ から C に1つの接線をひき、その延長が再び D と交わる点を Q とする。 Q から C に PQ とは異なる接線をひき、その延長が再び D と交わる点を R とする。 R から C に QR と異なる接線をひき、その延長が再び D と交わる点を S とすると、 $S = P$ となった。このとき a を b の関数として表わせ。